

TEORIA DE JUEGOS Y DISEÑO DE INSTITUCIONES

Universitat Pompeu Fabra – Examen Final, marzo 2001

Profesor: Antonio Cabrales

1. Dos inversores han depositado cada uno de ellos una cantidad D en un banco. El banco ha invertido estos depósitos en un proyecto que puede durar dos períodos. Los inversores pueden sacar su dinero del banco en cualquiera de los períodos. Si ambos inversores retiran su dinero en el período 1, los dos reciben r , donde $r < D$, y el juego termina. Si sólo un inversor saca dinero en el período 1, ese inversor recibe D , el otro recibe $2r - D$ y el juego se acaba. Finalmente, si ninguno de los inversores saca dinero en el período 1 el juego pasa al período 2. Si los dos inversores sacan su dinero en el período 2, cada uno recibe R , con $R > D$ y el juego acaba. Si sólo un inversor saca su dinero en el período 2, ese inversor recibe $2R - D$, y el otro recibe D y el juego acaba. Finalmente, si ninguno de los dos inversores saca su dinero en el período 2, el banco devuelve R a cada uno y el juego se acaba.
 - (a) (15) Representa este juego en forma extensiva, y forma normal.
 - (b) (5) ¿Qué equilibrios de Nash tiene el subjuego que empieza en el período 2?
 - (c) (15) ¿Qué equilibrios perfectos en subjuegos (en estrategias puras) tiene el juego completo?

2. Dos empresas están decidiendo si entran en una industria en la que hay un sólo consumidor que está dispuesto a pagar 2 euros por una única unidad del bien. Si no entra ninguna empresa, las dos empresa reciben un pago de cero unidades. Si entra una sola empresa, ésta paga un euro de coste de instalación y producción, y ofrece al consumidor un precio, que éste toma o deja. Si entran las dos empresas, las dos pagan el coste de instalación y producción, tras lo cual ofrecen simultáneamente un precio al consumidor
 - (a) (10) ¿Qué precio ofrecerá la empresa que entra sola? ¿Qué precio ofrecerán las empresas si entran juntas (recuerda que a la hora de ofrecer el precio ya han pagado el coste de instalación y producción)?
 - (b) (10) ¿Cuáles son los equilibrio perfectos en subjuegos (en estrategias puras) de este juego? (El apartado anterior resuelve la segunda fase del juego, en la primera fase cada empresa tiene solamente las acciones de entrar y no entrar).
 - (c) (15) ¿Qué estrategias pueden hacer que en un equilibrio perfecto en subjuegos los pagos sean de $(0.1, 0.1)$ en la primera fase del juego si este juego se repitiera un número finito T (pero posiblemente largo) de veces? (No hace falta que expliques el mecanismo de coordinación que consigue $(0.1, 0.1)$ en la fase cooperativa, simplemente supón que hay un par de acciones correlacionadas (a_1, a_2) que lo consiguen).

3. Este es un juego de información incompleta en el que hay dos jugadores, cada uno de los cuales tiene dos acciones. Los pagos vienen dados por la siguiente matriz.

		Jugador 2	
		A	B
Jugador 1	A	X, X	$X, 0$
	B	$0, X$	$80, 80$

La variable aleatoria X puede tomar 2 valores: 100 y 40. Cada uno de ellos tiene la misma posibilidad $p = 1/2$. Los jugadores no conocen el valor de X , pero reciben una señal privada e independiente sobre su valor. Las señales S_i pueden ser: T y U .

La relación entre las señales S_i y el valor X es la siguiente:

$$P(X = 100|S_i = T) = 3/4, P(X = 40|S_i = U) = 1/4,$$

$$P(X = 100|S_i = U) = 1/4, P(X = 40|S_i = T) = 1/4.$$

La relación entre la señal del jugador i y la del jugador j es:

$$P(S_j = U|S_i = T) = 3/8, P(S_j = T|S_i = T) = 5/8,$$

$$P(S_j = T|S_i = U) = 3/8, P(S_j = U|S_i = U) = 5/8.$$

- (a) (10) ¿Cuál es el pago esperado de usar la acción A para un jugador si la señal que observa es T ? ¿Es ésta estrategia dominante para el jugador? Explica por qué.
- (b) (5) ¿Cuál es el pago esperado de usar la acción A para un jugador si la señal que observa es U ?
- (c) (10) Supón que ningún jugador utiliza una estrategia dominada, ¿cuál es el máximo pago que puede esperar un jugador que observa la señal U si utiliza la acción B ? (Piensa que el oponente puede haber recibido la señal T). ¿Está dominada esta estrategia ahora? Explica por qué.
- (d) (5) ¿Cuál es el único equilibrio de este juego?